

GRUNDWISSEN 7. KLASSE – EINHEIT 1

TERME UND VARIABLEN, UMFORMEN VON TERMEN, LÖSEN VON GLEICHUNGEN UND UNGLEICHUNGEN, DATEN UND DIAGRAMME

TERME UND VARIABLEN

Variablen sind Platzhalter für Zahlen aus vorgegebenen Grundmengen (z.B. $a \in \mathbb{Q}$, $x \in \mathbb{Z}$). Der **Betrag einer Variablen** ist deren Abstand vom Nullpunkt der Zahlengeraden:

$$|a| = \begin{cases} a & \text{falls } a \geq 0 \\ -a & \text{falls } a < 0 \end{cases}$$

Bsp.: $|5| = 5$; $|-8| = -(-8) = 8$

Terme sind sinnvolle Rechenausdrücke, die aus Zahlen, Variablen, Rechenzeichen und Klammern bestehen können. Wenn eine Variable in einem Term mehrmals vorkommt, so muss sie immer mit derselben Zahl aus der Grundmenge ersetzt werden.

Bsp.: $T(x) = x + 3 - x^2$; $T(2) = 2 + 3 - 4 = 1$; $T(-2) = -2 + 3 - 4 = -3$

Wenn zwei Terme T_1 und T_2 bei jeder Ersetzung der Variablen durch Zahlen aus der Grundmenge den gleichen Wert annehmen, dann sind diese beiden Terme **äquivalent**.

Bsp.: $T_1(b) = 3b + 2(b + 2) = 5b + 4 = T_2(b)$

UMFORMEN VON TERMEN

Eine **Termumformung** darf einen Term nur in einen äquivalenten Term überführen. Umformungen nach den Rechengesetzen liefern immer **äquivalente Terme**.

Bsp.: $T_1(b) = 3b + 2(b + 2) - 4b = 3b + 2b + 4 - 4b = 5b + 4 - 4b = b + 4 = T_2(b)$

Auflösen von Klammern: Steht ein " + " vor der Klammer, kann man die Klammer weglassen. Steht ein " - " vor der Klammer, lässt man die Klammer weg und kehrt gleichzeitig alle Rechenzeichen ($+ \leftrightarrow -$) in der Klammer um.

Bsp.: $y - [3x + (5x - 2y)] = y - [3x + 5x - 2y] = y - 3x - 5x + 2y = 2y - 8x$

Zusammenfassen von Termgliedern: Man vereinfacht Summen werden, indem gleichartige Summanden (gleiche Variable bzw. Variablenpotenz) unter Berücksichtigung ihrer Vor- und Rechenzeichen zusammengefasst werden. Ungleiche Summanden können nicht zusammengefasst werden.

Bsp.: $2x + 3z - x + 4y + 2z - y = 2x - x + 3z + 2z + 4y - y = x + 5z + 3y$
 $3a^2 + (2b)^2 + 4a - 2b^2 = 3a^2 + 4b^2 + 4a - 2b^2 = 3a^2 + 4a + 2b^2$

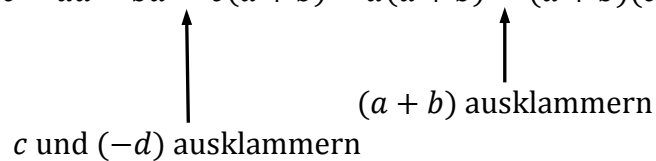
Multiplizieren von Summen: Man multipliziert zwei Summen miteinander, indem jeder Summand der ersten Klammer mit allen Summanden der zweiten Klammer unter Berücksichtigung der Vorzeichen multipliziert wird und man die Produkte addiert:

$$(a + b) \cdot (c + d) = ac + ad + bc + bd$$

Bsp.: $(3a + 5b)(2b - 3a) = 6ab - 9a^2 + 10b^2 - 15ab = -9a^2 - 9ab + 10b^2$

Faktorisieren von Summen und Differenzen: Man kann aus einer Summe ein Produkt erzeugen, indem gemeinsame Faktoren ausgeklammert werden. Eine weitere Möglichkeit ist die Verwendung binomischer Formeln.

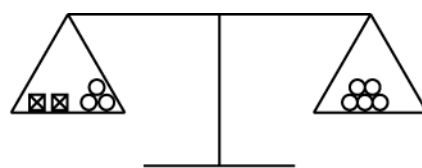
Bsp.: $ac + bc - ad - bd = c(a + b) - d(a + b) = (a + b)(c - d)$



LÖSEN VON GLEICHUNGEN UND UNGLEICHUNGEN

Die Lösungsmenge einer **Gleichung** ändert sich nicht, wenn man auf **beiden Seiten** dieselbe Zahl oder denselben Term addiert (subtrahiert) oder auf beiden Seiten mit derselben von Null verschiedenen Zahl multipliziert (dividiert). Solche Umformungen heißen **Äquivalenzumformungen**.

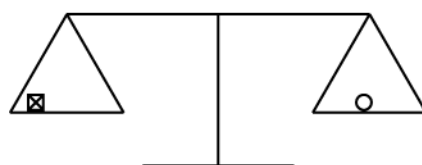
Bsp.: Das Waagenmodell der Äquivalenzumformungen



$$2x + 3 = 5$$



$$2x = 2$$



$$x = 1$$

Die Lösungsmenge einer **Ungleichung** ändert sich nicht, wenn man auf **beiden Seiten** dieselbe Zahl oder denselben Term addiert (subtrahiert) oder auf beiden Seiten mit derselben echt positiven Zahl multipliziert (dividiert).

Einzige Ausnahme bildet die Multiplikation (Division) mit einer echt negativen Zahl: Das Ungleichheitszeichen dreht sich dann um!

Bsp.:
$$\begin{array}{l} -4x < 2 \quad | :(-4) \\ x > -\frac{1}{2} \end{array}$$

DATEN UND DIAGRAMME

Das **arithmetische Mittel** (= Mittelwert) einer Datenmenge bestimmt man, indem alle einzelnen Datenwerte gewichtet mit ihrer Häufigkeit addiert und der Summenwert durch die Gesamthäufigkeit dividiert wird.

Bsp.: Notenverteilung bei einer Mathematikschulaufgabe

Note	1	2	3	4	5	6	Datenwert
Anzahl	2	6	8	5	2	0	Häufigkeit

Arithmetisches Mittel = $(1 \cdot 2 + 2 \cdot 6 + 3 \cdot 8 + 4 \cdot 5 + 5 \cdot 2 + 6 \cdot 0) : 23 \approx 2,96$

Es gibt verschiedene Diagrammtypen:

