GRUNDWISSEN 8. KLASSE – EINHEIT 3

BERECHNUNGEN AM KREIS, ÄHNLICHKEITSSÄTZE DREIECK, STRAHLENSÄTZE, LAPLACE-WAHRSCHEINLICHKEIT

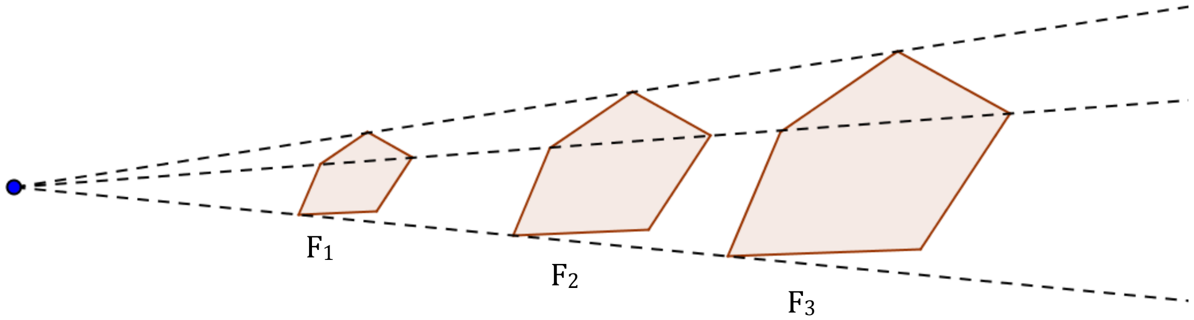
BERECHNUNGEN AM KREIS

Kreisumfang: Ein Kreis mit Radius r besitzt den Umfang $U = 2\pi r$.
Kreisfläche: Ein Kreis mit Radius r besitzt den Flächeninhalt $A = r^2\pi$.

ÄHNLICHKEITSSÄTZE BEIM DREIECK

Ähnliche Figuren

Figuren F_1, F_2 und F_3 heißen ähnlich zueinander ($F_1 \sim F_2 \sim F_3$), wenn zwei Figur ein paarweises maßstabs- und winkeltreues Abbild der jeweils anderen sind.



Ähnliche Dreiecke

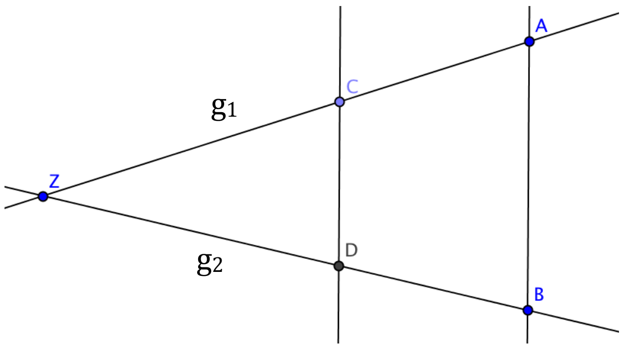
Zwei Dreiecke sind zueinander ähnlich, wenn entsprechende Winkel und entsprechende Seitenverhältnisse gleich groß sind.

Ähnlichkeitssätze

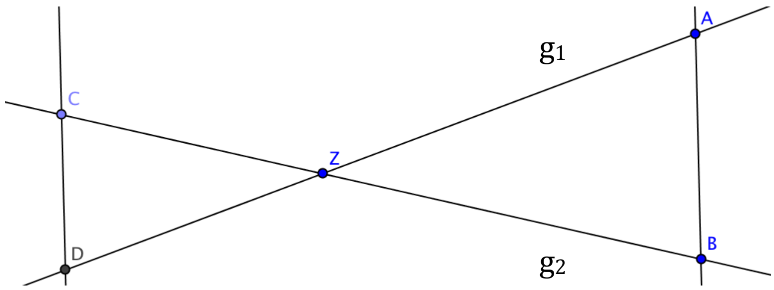
Zwei Dreiecke sind ähnlich, wenn zwei Winkel des einen mit zwei Winkeln des andern übereinstimmen.

Zwei Dreiecke sind ähnlich, wenn sie im Verhältnis ihrer Seiten übereinstimmen.

STRAHLENSÄTZE



V-Figur



X-Figur

Für die Anwendung der beiden Strahlensätze gilt olgende Voraussetzung: Zwei sich schneidende Geraden g_1 und g_2 werden von zwei parallelen Geraden AB und CD geschnitten.

1. Strahlensatz: Je zwei Abschnitte auf g_1 verhalten sich wie die entsprechenden Abschnitte auf g_2.

2. Strahlensatz: Die Abschnitte auf den Parallelen verhalten sich wie die von Z aus gemessenen entsprechenden Abschnitte auf g_1 bzw. g_2.

Bsp.: V-Figur: $\overline{ZC}:\overline{CA} = \overline{ZD}:\overline{DB}$ X-Figur: $\overline{CZ}:\overline{ZB} = \overline{DZ}:\overline{ZA}$ (1. Strahlensatz)
V-Figur: $\overline{DC}:\overline{AB} = \overline{ZC}:\overline{ZA}$ X-Figur: $\overline{DC}:\overline{AB} = \overline{ZC}:\overline{ZA}$ (2. Strahlensatz)

LAPLACE-WAHRSCHEINLICHKEIT

Grundbegriffe

Jeden möglichen Ausgang eines Zufallsexperiments nennt man jeweils ein **Ergebnis** ⍰, alle Ergebnisse zusammen bilden den **Ergebnisraum Ω**. Ein **Ereignis E** wird aus einem oder mehreren Ergebnissen gebildet. Das **Gegenereignis $\bar{E}$** zu einem Ereignis E enthält alle Ergebnisse, die nicht in E enthalten sind. Für die **Wahrscheinlichkeit** eines Ereignisses schreibt man **P(E)**.

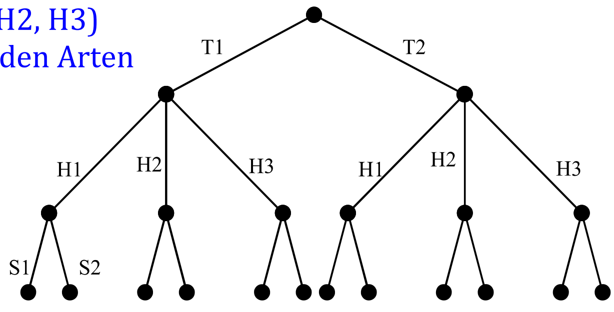
Bsp.: Einmaliges Würfeln eines Laplace-Würfels
- Ein mögliches Ergebnis ist ω = {1}, d.h. die Augenzahl 1 wird gewürfelt
- Alle möglichen Ergebnisse bilden den Ergebnisraum Ω = {1,2,3,4,5,6}
- Ein Ereignis ist z.B. E = {2,4,6}, was in Worten bedeutet: E = „gerade Augenzahl“
- Das Gegenereignis $\bar{E}$ zum Ereignis E lautet: $\bar{E}$= {1,3,5}

Das Zählprinzip

Man erhält die Anzahl aller Möglichkeiten, indem man die Anzahlen der Möglichkeiten einer jeden Stufe des Baumdiagramms miteinander multipliziert.

Bsp.: Du hast zwei T-Shirts (T1, T2), drei Hosen (H1, H2, H3) und zwei Paar Schuhe (S1, S2). Auf wie viele verschieden Arten kannst du dich ankleiden?

Antwort: Es gibt 2 · 3 · 2 = 12 Möglichkeiten.



Die Laplace-Annahme

Laplace-Experiment: Die Wahrscheinlichkeit P für jedes Ergebnis ist gleich groß. Die Wahrscheinlichkeit P(E) für ein Ereignis E lässt sich dann mit dieser Formel berechnen:

$$P(E) = \frac{\text{Anzahl der Elemente von } E}{\text{Anzahl der Elemente von } \Omega}$$

Bsp.: Einmaliges Würfeln. Das Ereignis E = {2,4,6} hat 3 Elemente und Ω = {1,2,3,4,5,6} hat 6 Elemente, also ist die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis E

$$P(E) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$